

# Cálculo Económico e Empresarial

## Tema 3: Rendas financeiras

Licenciaturas: Economia, Gestão e Gestão do Desporto

**Luís Clemente-Casinhas**

<https://luisclementecasinhas.org/>

Universidade Autónoma de Lisboa - Departamento de Ciências Económicas e Empresariais

10 de Maio, 2025

## Tema 3: Rendas financeiras

# Rendas imediatas e perpétuas

# Rendas imediatas e perpétuas

## Rendas constantes e postecipadas

- O valor atual desta renda será igual ao limite quando a duração tende para infinito do valor atual da renda imediata e temporária, constante e postecipada:

$$V_{0_{\infty|i}} = \lim_{n \rightarrow \infty} V_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} t \times a_{n|i} = t = t \times \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = t \times \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} = \frac{t}{i}$$

# Rendas imediatas e perpétuas

## Rendas constantes e postecipadas

### Exercício 28

Obtenha o valor atual de uma renda anual e postecipada de valor constante de 1000€ aplicada uma taxa de juro anual de 7%.

- 10 anos.
- 50 anos.
- 100 anos.
- Perpétua.

# Rendas imediatas e perpétuas

Rendas constantes e postecipadas

## Exercício 29

Um indivíduo tem um prédio e obtém uma renda anual de 15000 euros vitalícios. Calcule o valor anual de uma renda antecipada, durante 20 anos, que seja equivalente à renda vitalícia. A taxa de juro é de 6% anual.

# Rendas imediatas e perpétuas

## Rendas constantes e antecipadas

- O valor atual desta renda será igual ao limite quando a duração tende para infinito do valor atual da renda imediata e temporária, constante e antecipada:

$$\ddot{V}_{0|\infty|i} = V_{0|\infty|i} (1 + i) = \frac{t}{i} (1 + i)$$

# Rendas imediatas e perpétuas

## Rendas constantes e antecipadas

### Exercício 27

Calcule o valor atual de uma renda perpétua de valor constante 500€ aplicando uma taxa de juro de 3% ao ano, nos seguintes casos:

- Renda anual e postecipada.
- Renda anual antecipada.

# Rendas imediatas e perpétuas

Rendas variáveis em progressão geométrica e postecipada

- O valor atual desta renda será igual ao limite quando a duração tende para infinito do valor atual da renda imediata e temporária, variável em progressão geométrica e postecipada:

$$V_{0(g)\infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} V_{0(g)} = \lim_{n \rightarrow \infty} t \times \frac{1 - \left(\frac{r}{1+i}\right)^n}{i + i - r} = t \times \frac{1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{r}{1+i}\right)^n}{i + i - r} = \frac{t}{1 + i - r}$$



# Rendas imediatas e perpétuas

## Rendas variáveis em progressão geométrica e antecipada

- O valor atual desta renda será igual ao limite quando a duração tende para infinito do valor atual da renda imediata e temporária, variável em progressão geométrica e antecipada:

$$\ddot{V}_{0(g)\infty|i} = V_{0(g)\infty|i} (1+i) = \frac{t}{1+i-r} (1+i)$$

se  $r < 1+i$

# Rendas imediatas e perpétuas

Rendas variáveis em progressão aritmética e postecipada

- O valor atual desta renda será igual ao limite quando a duração tende para infinito do valor atual da renda imediata e temporária, variável em progressão geométrica e postecipada:

$$V_{0(A)\infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} V_{0(A)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( t + \frac{r}{i} a_{n|i} \right) - \frac{rn}{i(1+i)^n} \right] = \left( t + \frac{r}{i} \right) \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n|i} - \frac{r}{i} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{(1+i)^n} = \left( t + \frac{r}{i} \right) \frac{1}{i}$$

# Rendas imediatas e perpétuas

## Rendas variáveis em progressão aritmética e antecipada

- O valor atual desta renda será igual ao limite quando a duração tende para infinito do valor atual da renda imediata e temporária, variável em progressão aritmética e antecipada:

$$\ddot{V}_{0(A)\infty|i} = V_{0(A)\infty|i} (1 + i) = \left( \frac{t+r}{i} \right) \frac{(1+i)}{i}$$

## Tema 3: Rendas financeiras

### Rendas diferidas

# Rendas diferidas

## Na origem

- Nas rendas diferidas na origem, o seu valor final coincide com o final da renda.
- O cálculo do seu valor final é feito de igual forma às rendas imediatas.
- Ao período de tempo que decorre entre o momento de valorização inicial e a origem da renda designamos por período de diferimento e é representado pela letra  $k$ .

$$\text{Valor Atual Renda Diferida Origem} = \frac{\text{Valor Atual Renda Imediata}}{(1 + i)^k}$$

# Rendas diferidas

Na origem

## Exercício 30

Observe a representação gráfica de uma renda anual diferida com origem em  $k$ , com  $n$  termos, constante e postecipada. Qual seria a fórmula do seu valor atual e final?

# Rendas diferidas

No final

- Nas rendas diferidas no final, o seu valor inicial coincide com o início da renda.
- O cálculo do seu valor atual é feito de igual forma às rendas imediatas.

$$\text{Valor Final Renda Diferida Final} = (\text{Valor Final Renda Imediata})(1 + i)^k$$

# Rendas diferidas

No final

## Exercício 31

Observe a representação gráfica de uma renda anual diferida no final em  $k$ , com  $n$  termos, constante e postecipada. Qual seria a fórmula do seu valor atual e final?



# Rendas diferidas

No final

## Exercício 32

Qual é o valor atual de uma renda de 15000€ por ano, aplicando uma taxa de juro anual de 8%, dois anos antes da sua origem, nos seguintes casos:

- Renda antecipada de 10 termos.
- Renda perpétua postecipada.

# Rendas diferidas

No final

## Exercício 33

Qual o valor final acumulado de uma renda de 15000€ por ano, aplicando uma taxa de juro anual de 8%, dois anos depois do final da renda, nos seguintes casos:

- Renda antecipada de 10 termos.
- Renda perpétua postecipada.

# Referências

- Teixeira-Quirós, J., Justino, M. & Encinas, B. (2023). *Fundamentos de Cálculo Económico e Empresarial* (2.ª ed.). ISBN: 978-972-8973-67-4.