

Cálculo Económico e Empresarial

Tema 4: Amortização de empréstimos

Licenciaturas: Economia, Gestão e Gestão do Desporto

Luís Clemente-Casinhas

<https://luisclementecasinhas.org/>

Universidade Autónoma de Lisboa - Departamento de Ciências Económicas e Empresariais

24 de Maio, 2025

Tema 4: Amortização de empréstimos

Métodos de amortização escalonada (progressiva)

Método Francês

- Com equivalência financeira entre a prestação e a contraprestação em $t = 0$:

$$C_0 = P \times a_{n|i} \implies P = \frac{C_0}{a_{n|i}}$$

- Capital em dívida:
 - Método retrospectivo: $C_k = C_0(1+i)^k - P \times s_{k|i}$.
 - Método prospetivo: $C_k = P \times a_{n-k|i}$.
 - Método recorrente: $C_k = C_{k-1} - P$
- Juro de cada período: $J_k = C_{k-1} \times i$

Método Francês

- Amortização em cada período: $m_k = P - J_k$ ou $m_k = C_{k-1} - C_k = m_{k-1}(1+i)$ (método recorrente):
 - Uma vez conhecido m_1 , podem calcular-se as amortizações seguintes:

$$m_2 = m_1(1+i), m_3 = m_2(1+i) = m_1(1+i)^2 \implies m_k = m_1(1+i)^{k-1}$$

- Podemos calcular m_1 de três formas:

$$m_1 = P - J_1 = P - C_0 i \quad \text{ou} \quad C_0 = \sum_{s=1}^n m_s \implies m_1 = \frac{C_0}{s_{n|i}} \quad \text{ou} \quad m_1 = \frac{C_0}{s_{n|i}} = \frac{C_0}{a_{n|i}(1+i)^n} = \frac{P}{(1+i)^n}$$

Método Francês

- O capital amortizado pode ser obtido de duas formas:
 - Pela diferença entre o capital emprestado e o capital em dívida no momento k :

$$M_k = C_0 - C_k$$

- Pela soma de todos os montantes da amortização de capital até ao momento n :

$$M_k = \sum_{K=1}^n = m_1 + \dots + m_k = m_1 + \dots + m_1(1+i)^{k-1} = m_1 \times s_{k|i}$$

Método Francês

Quadro de amortização

n	P_k	J_k	m_k	C_k	M_k
0	-	-	-	C_0	-
1	$P_1 = P = \frac{C_0}{a_{n i}}$	$J_1 = C_0 \times i$	$m_1 = P - J_1 = \frac{C_0}{s_{n i}} = \frac{P}{(1+i)^n}$	$C_1 = C_0 - m_1$	$M_1 = C_0 - C_1$
...	...	...	...	...	...
k	$P_k = P$	$J_k = C_{k-1} \times i$	$m_k = P - J_k$	$C_k = C_{k-1} - m_k$	$M_k = C_0 - C_k = m_1 \times s_{k i}$
...	...	...	...	...	...
n	$P_n = P$	$J_n = C_{n-1} \times i$	$m_n = P - J_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n = 0$	$M_1 = C_0 - C_n = C_0$

Método Francês

Exercício 5

Determinado banco oferece a um dos seus clientes um empréstimo de 20000 euros a uma taxa de juro nominal de 9% capitalizável mensalmente, que deve amortizar-se durante 10 anos mediante pagamentos mensais constantes. Calcule:

- A prestação.
- O capital em dívida, no final do terceiro ano, utilizando o método retrospectivo, prospetivo e recorrente.

Método Francês

Exercício 6

Determinado banco oferece a um dos seus clientes um empréstimo de 20000 euros a uma taxa de juro nominal de 9% capitalizável mensalmente, que deve amortizar-se durante 10 anos mediante pagamentos mensais constantes. Calcule:

- A amortização do primeiro mês.
- A amortização e juro do sexto ano.

Método Francês

Exercício 7

Construa o quadro de amortização de um empréstimo de 1000000 euros que vai ser amortizado daqui a 8 anos mediante pagamentos anuais e aplicando o Método Francês. A taxa de juro aplicada é 10% anual.

Método Francês

Exercício 8

É concedido a uma empresa um empréstimo de 1600000€ a devolver daqui a 6 anos com pagamentos constantes e mensais aplicando uma taxa de juro de 6% nominal capitalizável mensalmente. Uma vez efetuada a mensalidade número 30, o banco reduz a taxa de juro para 5% nominal capitalizável mensalmente. Calcule a mensalidade constante com a qual se iniciou a operação e quanto ficará a pagar após a alteração da taxa de juro.

Método Francês

Exercício 9

Uma construtora precisa de fazer um forte investimento para expandir o seu negócio. Por este motivo, solicita um empréstimo a uma entidade financeira pelo montante de 1200000€ que deverá amortizar durante 8 anos, mediante pagamentos trimestrais constantes. Tendo em conta que a taxa de juro contratada para a operação é de 6% nominal capitalizável por trimestres, calcule:

- A última amortização do terceiro ano.
- O último juro do segundo ano.
- O capital amortizado até ao quarto ano.
- O capital em dívida decorridos seis anos.
- As duas primeiras e as duas últimas linhas do quadro de amortização.

Método Francês

Exercício 10

No dia 1 de janeiro, o Senhor X solicita ao banco um empréstimo de 50000€, para ser amortizado daqui a 8 anos, mediante mensalidades iguais, exceto as correspondentes aos meses de junho e dezembro que serão o dobro. Calcule o valor de cada uma das mensalidades, se a taxa de juro contratada para o empréstimo for de 6% nominal capitalizável mensalmente.

Método Francês

Com carência parcial de capital

- Este método é utilizado quando o devedor necessita adiar os pagamentos do empréstimo. Após o término do período de carência da amortização, o empréstimo é amortizado da mesma forma que um empréstimo convencional, sem carência.
- Carência parcial: durante um número determinado de períodos, são pagos apenas os juros, sem reembolso de capital. O capital em dívida permanece constante até o fim do período de carência.

	Sem carência	Carência parcial
Capital a amortizar	C_0	$C_s = C_0$
Períodos de amortização	n	$n - s$
Equivalência financeira	$t = 0$	$t = s$

Método Francês

Com carência parcial de capital

n	P_k	J_k	m_k	C_k	M_k
0	-	-	-	C_0	-
1	$P_1 = J_1$	$J_1 = C_0 \times i$	-	$C_1 = C_0$	-
...	...	...	...	...	...
s	$P_s = J_s = J_1$	$J_s = J_1$	-	$C_s = C_0$	-
$s + 1$	$P_{s+1} = P = \frac{C_s}{a_{n-s i}}$	$J_{s+1} = C_s \times i$	$m_{s+1} = P - J_{s+1}$	$C_{s+1} = C_s - m_{s+1}$	$M_{s+1} = C_0 - C_{s+1}$
...	...	...	...	...	...
k	$P_k = P$	$J_k = C_{k-1} \times i$	$m_k = P - J_k$	$C_k = C_{k-1} - m_k$	$M_k = C_0 - C_k$
...	...	...	...	...	...
n	$P_n = P$	$J_n = C_{n-1} \times i$	$m_n = P - J_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n = 0$	$M_1 = C_0 - C_n = C_0$

Método Francês

Com carência parcial de capital

Exercício 11

Para adquirir um local, o banco BBVA concede um empréstimo a um comerciante pelo montante de 500000€ com amortização mediante anuidades constantes, durante 6 anos, sendo os dois primeiros anos de carência parcial (carência de amortização). Tendo em conta que o empréstimo é concedido com a aplicação de uma taxa de juro efetiva anual de 5%, elabore o quadro de amortização.

Método Francês

Com carência parcial de capital

Exercício 13

Em 01/07/2015, o banco CBA concede um empréstimo de 10000€ que deve ser amortizado daqui a dois anos mediante prestações mensais constantes (o último pagamento será a 01/07/2017). As condições financeiras do empréstimo são as seguintes:

Durante os dois primeiros meses (01/08/2015 e 01/09/2015), o devedor apenas paga os juros.

A taxa de juro da operação é nominal capitalizável mensalmente e de 6%.

Calcule quanto pagará durante os meses de carência e a prestação constante.

Método Francês

Com carência total de capital

- Carência total: durante um determinado número de períodos, não há pagamento de qualquer montante ao credor. Após esse período, o devedor começa a pagar prestações constantes. Os juros são adicionados ao capital inicial, fazendo com que o capital em dívida aumente até o término do período de carência.

	Sem carência	Carência total
Capital a amortizar	C_0	$C_s = C_0(1 + i)^s$
Períodos de amortização	n	$n - s$
Equivalência financeira	$t = 0$	$t = s$

Método Francês

Com carência total de capital

n	P_k	J_k	m_k	C_k	M_k
0	–	–	–	C_0	–
1	–	–	–	$C_1 = C_0(1 + i)$	–
...	...	...	...	...	...
s	–	–	–	$C_s = C_0(1 + i)^s$	–
$s + 1$	$P_{s+1} = P = \frac{C_s}{a_{n-s i}}$	$J_{s+1} = C_s \times i$	$m_{s+1} = P - J_{s+1}$	$C_{s+1} = C_s - m_{s+1}$	$M_{s+1} = C_0 - C_{s+1}$
...	...	...	...	...	...
k	$P_k = P$	$J_k = C_{k-1} \times i$	$m_k = P - J_k$	$C_k = C_{k-1} - m_k$	$M_k = C_0 - C_k$
...	...	...	...	...	...
n	$P_n = P$	$J_n = C_{n-1} \times i$	$m_n = P - J_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n = 0$	$M_1 = C_0 - C_n = C_0$

Método Francês

Com carência total de capital

Exercício 12

Resolva o exercício utilizando os dados do exercício 11, supondo que durante os dois primeiros anos a carência é total.

Referências

- Teixeira-Quirós, J., Justino, M. & Encinas, B. (2023). *Fundamentos de Cálculo Económico e Empresarial* (2.^a ed.). ISBN: 978-972-8973-67-4.