

Cálculo Económico e Empresarial

Tema 4: Amortização de empréstimos

Licenciaturas: Economia, Gestão e Gestão do Desporto

Luís Clemente-Casinhas

<https://luisclementecasinhas.org/>

Universidade Autónoma de Lisboa - Departamento de Ciências Económicas e Empresariais

31 de Maio, 2025

Método Italiano

- Amortização em cada período:

$$C_0 = \sum_{k=1}^n m_k = m + \dots + m = n \times m \implies m = \frac{C_0}{n}$$

- Capital amortizado:

$$M_k = \sum_{s=1}^k m_s = m + \dots + m = k \times m$$

- O capital em dívida pode ser calculado de duas formas:

- Pela diferença entre o capital emprestado e o capital: $C_k = C_0 - M_k$.
- Ou então: $C_k = C_{k-1} - m$.

Método Italiano

- Juro de cada período: $J_k = C_{k-1} \times i$
 - Os juros vão decrescendo em progressão aritmética de razão $r = mi$:

$$J_k = C_{k-1} \times i, J_{k+1} = C_k \times i \implies J_k - J_{k+1} = (C_{k-1} - C_k) \times i = mi \Leftrightarrow J_{k+1} = J_k - mi$$

- Prestações:

$$P_k = J_k + m$$

Método Italiano

n	P_k	J_k	m_k	C_k	M_k
0	–	–	–	C_0	–
1	$P_1 = J_1 + m$	$J_1 = C_0 \times i$	$m_1 = m = \frac{C_0}{n}$	$C_1 = C_0 - m$	$M_1 = m$
...	...	...	...	...	...
k	$P_k = J_k + m$	$J_k = C_{k-1} \times i$	$m_k = m$	$C_k = m(n - k)$	$M_k = k \times m$
...	...	...	...	...	...
n	$P_n = J_n + m$	$J_n = C_{n-1} \times i$	$m_n = m$	$C_n = C_{n-1} - m = 0$	$M_n = n \times m = C_0$

Método Italiano

Exercício 14

Elabore o quadro de amortização de um empréstimo de 100000€ a amortizar daqui a 5 anos. A quota de amortização é constante e a taxa de juro a aplicar na operação é de 10% anual.

Método Italiano

Exercício 15

Um empresário adquire um novo equipamento industrial valorizado em 820000€. Para isso, contrata um empréstimo com uma taxa de juro de 7% com duração de 8 anos que se amortiza mediante prestações anuais e constantes. Decorridos 4 anos e devido à crise, o empresário vê-se obrigado a renegociar o empréstimo. Para isso, o banco oferece as seguintes condições:

Ampliar o empréstimo em mais 6 anos.

Alterar o sistema de amortização pelo método Italiano.

- A prestação constante com a qual se inicia a operação.
- A amortização de capital constante depois da renegociação.
- A prestação do segundo ano após a renegociação.

Método Italiano

Exercício 16

Um prestamista tem dois empréstimos com o mesmo prestatário, com as seguintes características:

O primeiro empréstimo foi solicitado faz 7 anos num montante de 20000€, com uma taxa de juro anual de 8% para ser amortizado em 15 anos mediante anuidades constantes.

O segundo empréstimo foi solicitado faz 5 anos num montante de 30000€, com uma taxa de juro anual de 10% para ser amortizado em 10 anos mediante amortizações constantes.

Calcule:

- A amortização de capital e o juro da sétima anuidade que amortiza o primeiro empréstimo e calcule o capital em dívida do mesmo nesse momento.
- A amortização de capital e o juro da quinta anuidade que amortiza o segundo empréstimo e calcule o capital em dívida do mesmo nesse momento.

Tema 4: Amortização de empréstimos

Amortização de empréstimos com taxa de juro variável

Taxa de juro pré-determinada

- O credor e o devedor acordam a aplicação de diferentes taxas de juro durante a operação, sendo que todas essas taxas são conhecidas desde o início do contrato.
- Este tipo de empréstimo segue um processo de amortização semelhante ao dos empréstimos com uma taxa de juro fixa.

Taxa de juro pré-determinada

Exercício 17

Uma empresa contrata um empréstimo bancário no montante de 100000€, comprometendo-se a devolver o mesmo mediante quatro anuidades constantes. Preencha o quadro de amortização tendo em conta que no início da operação as partes acordam que as taxas de juro aplicadas no empréstimo são as seguintes:

Primeiro ano: $i_1 = 5\%$.

Segundo ano: $i_2 = 6\%$.

Terceiro ano: $i_3 = 8\%$.

Quarto ano: $i_4 = 7\%$.

Taxa de juro posdeterminada/referenciada

- As partes acordam dividir a duração total do empréstimo em vários períodos de tempo, chamados períodos de revisão (normalmente anuais ou semestrais), durante os quais a taxa de juro aplicada ao empréstimo é revista da seguinte forma:

$$\text{Taxa de juro nominal} = \text{Taxa de referência} + \text{Margem (ou diferencial)}$$

- A taxa de referência mais comumente utilizada pelas instituições bancárias é a EURIBOR a 12 meses.
- A margem aplicada varia conforme o nível de risco associado à operação, podendo ser constante ou ajustada ao longo do tempo.

Taxa de juro posdeterminada/referenciada

Métodos de amortização

- Método Francês singular (mais comum): o valor das prestações é recalculado sempre que a taxa de juro é revista.
 - Baseia-se no método Francês, mas como a taxa de juro varia, as prestações também variam: se a taxa sobe (desce), as prestações aumentam (diminuem).
 - Principal desvantagem: incerteza quanto ao valor das prestações futuras.
- Sistema de prestação fixa: mantém-se constante o valor das prestações desde o início, sendo ajustado o número de prestações necessárias para a liquidação do empréstimo.
 - Se a taxa de juro aumenta (diminui), a duração do empréstimo também aumenta (diminui).
 - Principal desvantagem: incerteza quanto ao prazo de amortização.
- Plano sem alterações: o valor da prestação é mantido constante, sendo os juros revistos periodicamente. A nova prestação é composta pelos juros atualizados somados à amortização fixa.

Resolver um empréstimo através do método Francês singular

- No momento 0: determina-se o valor da prestação assumindo que a taxa de juro aplicada no primeiro ano permanecerá constante durante toda a vigência do empréstimo.
- No momento 1: recalcula-se o valor da prestação assumindo que a nova taxa de juro, válida para o segundo ano, se manterá inalterada até ao final do contrato.
 - O capital a ser amortizado corresponde ao capital em dívida nesse instante.
 - O prazo restante do empréstimo passa a ser $n - 1$ períodos.
- No momento k : calcula-se a nova taxa de juro i_{k+1} e determina-se o valor da prestação considerando que essa taxa se manterá constante até ao fim do empréstimo.
 - O capital a amortizar é o montante em dívida no momento k .
 - O número de períodos restantes do empréstimo é $n - k$.

Resolver um empréstimo através do método Francês singular

Quadro de amortização

n	P_k	J_k	m_k	C_k	M_k	i_{k+1}
0	-	-	-	C_0	-	i_1
1	$P_1 = \frac{C_0}{a_n i_1}$	$J_1 = C_0 \times i_1$	$m_1 = P_1 - J_1$	$C_1 = C_0 - m_1$	$M_1 = C_0 - C_1$	i_2
...	...	...	...	...	...	...
k	P_k	$J_k = C_{k-1} \times i_k$	$m_k = P_k - J_k$	$C_k = C_{k-1} - m_k$	$M_k = C_0 - C_k$	i_{k+1}
$k+1$	$P_{k+1} = \frac{C_k}{a_{n-k} i_{k+1}}$	$J_{k+1} = C_k \times i_{k+1}$	$m_{k+1} = P_{k+1} - J_{k+1}$	$C_{k+1} = C_k - m_{k+1}$	$M_{k+1} = C_0 - C_{k+1}$	i_{k+2}
...	...	...	...	...	...	...
n	P_n	$J_n = C_{n-1} \times i$	$m_n = P_n - J_n$	$C_n = C_{n-1} - m_n = 0$	$M_n = C_0 - C_n = C_0$	-

Resolver um empréstimo através do método Francês singular

Exercício 18

Um indivíduo contrata um empréstimo de 30000€ com uma taxa de juro variável amortizável em 4 anos mediante pagamentos anuais. A taxa de juro aplicável no primeiro ano será de 6% nominal capitalizável por anos. O período de revisão é anual e a taxa de juro nominal a aplicar a partir do segundo ano será a soma da Euribor a um ano e uma margem de 3%. Sabendo que o empréstimo se amortiza pelo método Francês singular, obter o quadro de amortização.

Anos	2	3	4
Euribor	4%	4.5%	3.5%

Resolver um empréstimo através do método Francês singular

Exercício 19

Uma entidade concede-nos um empréstimo com uma taxa de juro nas seguintes condições:

Valor do empréstimo: 60000€.

Período de revisão: anual.

Periodicidade dos pagamentos: semestral.

Taxa de juro nominal capitalizável por semestre no primeiro ano: 3%.

Taxa de juro nominal capitalizável por semestres para os restantes anos: Euribor + 0.5%.

Duração: 3 anos.

Valores do índice de referência: Euribor igual a 3.546% e 4.232%, nos 2.º e 3.º anos.

Elabore o quadro de amortização tendo em conta que o empréstimo se amortiza pelo método Francês singular.

Resolver um empréstimo através do método Francês singular

Exercício 20

O banco X concede um empréstimo de 10000€ com uma taxa de juro variável amortizável mediante pagamentos anuais nos próximos 5 anos. Durante o primeiro ano a taxa de juro do empréstimo é de 3% anual. A partir deste momento, nos próximos anos, a taxa de juro do empréstimo será revista anualmente somando uma margem de 0.5 pontos percentuais ao índice de referência que é a Euribor a um ano. Os valores são:

Anos	2	3	4	5
Euribor a 1 ano	2.1%	2.8%	3.2%	3.8%

Elabore o quadro de amortização.

Referências

- Teixeira-Quirós, J., Justino, M. & Encinas, B. (2023). *Fundamentos de Cálculo Económico e Empresarial* (2.^a ed.). ISBN: 978-972-8973-67-4.