

Cálculo Económico e Empresarial

Tema 1: Conceitos fundamentais

Licenciaturas: Economia, Gestão e Gestão do Desporto

Luís Clemente-Casinhas

<https://luisclementecasinhas.org/>

Universidade Autónoma de Lisboa - Departamento de Ciências Económicas e Empresariais

15 de Março, 2025

Tema 1: Conceitos fundamentais

Funções financeiras

Funções financeiras

- Uma função financeira é uma função matemática que permite obter capitais substitutos diferentes, ou equivalentes, a um determinado capital, em momentos de tempo diferentes:

$$[(C, t); p] \rightarrow F[(C, t); p] = C_p.$$

- Verificam um total de cinco propriedades:

- Não negatividade: $C_p \geq 0$
- Proporcionalidade em relação ao capital monetário: $F[(a \times C, t); p] = a \times F[(C, t); p], \forall a \geq 0.$
- Se $t = p$, então $F[(C, t); p] = C.$
- $\partial F / \partial p > 0$ e $\partial F / \partial t < 0.$
- Continuidade em relação a p e a $t.$

Funções financeiras

Fatores de equivalência

- A equivalência de capitais é estabelecida através de fatores de equivalência.
- Fator de equivalência: expressão matemática que, ao ser aplicada a um capital e considerando uma taxa específica, permite calcular o capital equivalente, C_p , ou o valor financeiro, V , num outro momento no tempo, seja no passado ou no futuro.

Regime de Juro Simples			Regime de Juro Composto		
Capitalização	Atualização		Capitalização	Atualização	
	Solução Comercial	Solução Racional		Solução Comercial	Solução Racional
$FCS = (1 + ni)$	$FACS = (1 - ni)$	$FARS = \frac{1}{1+ni}$	$FCC = (1 + i)^n$	$FACC = (1 - i)^n$	$FARC = (1 + i)^{-n}$

Funções financeiras

Fator Financeiro de Capitalização

- O fator financeiro de capitalização é a expressão matemática que permite calcular o valor de um capital C num momento futuro, p .
- A diferença entre o valor financeiro V e o capital C corresponde ao juro gerado.
- O juro representa a remuneração de um capital durante um determinado período de tempo.
- O juro (J) depende de três fatores principais:
 - Capital (c)
 - Tempo (n), expresso em anos, meses ou dias
 - Taxa de juro (i)
- A fórmula fundamental do juro simples é dada por: $J = c \times n \times i$.

Funções financeiras

Fator Financeiro de Capitalização

Exercício 2

Seja o capital (500, 2018), calcule o seu capital equivalente ou valor financeiro em $p = 2020$ e $p = 2022$ utilizando o fator de equivalência $(1 + ni)$, a uma taxa de juro anual de 5%.

Funções financeiras

Fator Financeiro de Capitalização

Exercício 3

Considere dois capitais (1000, 2017) e (1150, 2019), a uma taxa de juro anual de 7%. Aplicando a ambos o fator de equivalência $(1 + ni)$, determine:

- Se são equivalentes em $p = 2022$ e, em caso negativo, qual dos dois é preferível.
- Os juros gerados por ambos os capitais.
- A soma financeira de ambos os capitais em $p = 2022$.

Funções financeiras

Fator Financeiro de Atualização (ou Desconto)

- O fator financeiro de atualização ou desconto é a expressão matemática que permite determinar o valor de um capital C num momento anterior, p .
- A diferença entre o capital C e o valor financeiro V corresponde ao desconto.
- O desconto representa a quantia deduzida ao capital pelo seu recebimento antecipado, ou seja, corresponde à compensação por se dispor do dinheiro antes do vencimento.
- A fórmula do desconto é: $D = C - V$.

Funções financeiras

Fator Financeiro de Atualização (ou Desconto)

Exercício 4

Seja o capital (1000, 2022), calcule o seu valor financeiro ou capital equivalente em $p = 2018$ e $p = 2020$, aplicando o fator de atualização $(1 - nd)$ e uma taxa de juro anual de 8%.

Funções financeiras

Fator Financeiro de Atualização (ou Desconto)

Exercício 5

Sejam dois capitais (1100, 2019) e (1200, 2020). Aplica-se a ambos uma taxa de juro anual de 5% e na operação aplica-se o fator de atualização racional em regime de juro simples. Determine

- Se são equivalentes em $p = 2017$ e, em caso contrário, qual dos dois é preferível.
- O desconto aplicado a ambos os capitais.
- A soma financeira de ambos os capitais em $p = 2017$.

Funções financeiras

Resumo

- Se $p > t \Rightarrow V > C$: Aplica-se o fator de capitalização.
- Se $p < t \Rightarrow V < C$: Aplica-se o fator de atualização/desconto.
- Se $p = t \Rightarrow V = C$: Não se aplica qualquer fator.

Tema 1: Conceitos fundamentais

Operações financeiras

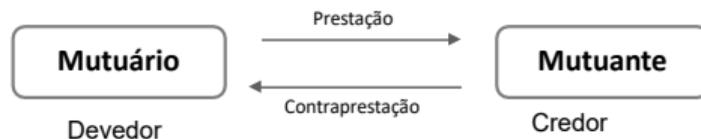
Operações financeiras

- Uma operação financeira consiste na transformação de um ou mais capitais ao longo do tempo, mediante a aplicação de uma taxa de juro, resultando em novos montantes.
- Para que exista uma operação financeira, é necessária a presença simultânea de:
 - Capital;
 - Tempo;
 - Taxa de juro.
- Consequentemente, um empréstimo sem juros não configura, do ponto de vista teórico, uma operação financeira.

Operações Financeiras

Intervenientes

- O mutuário é o agente económico deficitário, ou seja, aquele que contrai um empréstimo para suprir uma necessidade de financiamento.
- O mutuante é o agente económico excedentário, ou seja, aquele que disponibiliza capital, esperando uma remuneração pelo risco e pela privação de liquidez.



- Numa operação financeira, os capitais entregues pelo credor (prestação) e pelo devedor (contraprestação) devem ser financeiramente equivalentes, considerando um fator de equivalência que reflita o valor temporal do dinheiro.

Operações Financeiras

Exercício 6

Dois indivíduos concordam trocar os seguintes capitais:

Indivíduo A: (250, 2020); (400, 2021).

Indivíduo B: (100, 2022); (250, 2024); e (400, 2025).

Sendo a data focal em $p = 2025$ e a taxa de juro anual de 6%, utilizando o fator de capitalização em regime de juro simples $(1 + ni)$:

- Verifique se existe equivalência financeira entre os capitais trocados pelos indivíduos.
- Calcule o montante que o indivíduo B deverá entregar em 2023 para que exista equivalência financeira.

Operações Financeiras

Exercício 7

Qual é a quantia equivalente no ano 2019 do capital (3250, 2017) a uma taxa de juro anual de 4%, se for utilizado o fator de capitalização $(1 + ni)$, supondo que $p = 2019$ e $p = 2021$.

Operações Financeiras

Exercício 8

Qual é a quantia equivalente no ano 2019 do capital (3250, 2017) a uma taxa de juro anual de 4%, for for utilizado o fator de capitalização $(1 + i)^n$, supondo que $p = 2019$ e $p = 2024$.

Operações Financeiras

Participação de Instituição Financeira e Duração

- Quanto ao papel de uma instituição financeira na operação, distingue-se:
 - Operação ativa: quando o banco atua como mutuante, recebendo juros.
 - Operação passiva: quando o banco atua como mutuário, pagando juros.
- Quanto ao prazo da operação financeira, classificam-se em:
 - Curto prazo: até 1 ano.
 - Médio prazo: entre 1 e 5 anos.
 - Longo prazo: superior a 5 anos.

Operações Financeiras

Data focal e Número de capitais envolvidos

- As operações financeiras podem ser classificadas de acordo com a data focal:
 - Capitalização: quando os capitais são projetados para um momento futuro.
 - Atualização ou desconto: quando os capitais são reportados a um momento anterior.
 - Mistas: quando a data focal está entre os vencimentos dos capitais.
- Também podem ser classificadas pelo número de capitais envolvidos:
 - Simples: envolvem apenas uma prestação e uma contraprestação.
 - Compostas: envolvem mais do que dois capitais.

Referências

- Teixeira-Quirós, J., Justino, M. & Encinas, B. (2023). *Fundamentos de Cálculo Económico e Empresarial* (2.ª ed.). ISBN: 978-972-8973-67-4.