

Cálculo Económico e Empresarial

Tema 2: Regime de Equivalência

Licenciaturas em Economia, Gestão e Gestão do Desporto

Luís Clemente-Casinhas

<https://luisclementecasinhas.org/>

Universidade Autónoma de Lisboa - Departamento de Ciências Económicas e Empresariais

29 de Março, 2025

Tema 2: Regime de Equivalência

Capitalização em regime de juro composto

Capitalização em regime de juro composto

- A capitalização consiste em reportar capitais a datas futuras, ou posteriores, ao seu vencimento.
- O juro gerado em cada período de capitalização (juro periódico, j_k) é adicionado ao capital, acumulando-se para o cálculo dos juros nos períodos subsequentes.
- O juro é pago no final de cada período.
- Este regime é geralmente aplicado em operações de longo prazo.

Capitalização em regime de juro composto

- O capital acumulado é a soma do capital inicial e do juro total gerado até o momento.

Período	Juro periódico	Capital acumulado
1	$J_1 = C_0 \times i$	$C_1 = C_0 + J_1$
2	$J_2 = C_1 \times i$	$C_2 = C_1 + J_2$
3	$J_3 = C_2 \times i$	$C_3 = C_2 + J_3$
...
n	$J_n = C_{n-1} \times i$	$C_n = C_{n-1} + J_n$

- O juro em regime composto é dado por: $J_n = C_{n-1} \times i = C_0 \times (1 + i)^{n-1} \times i$.
- O capital acumulado é dado por: $C_n = C_0 \times (1 + i)^n$, sendo que $C_n > C_0$.

Capitalização em regime de juro composto

Sumário

- O fator de capitalização em regime de juro composto é dado por: $FCRC = (1 + i)^n$.
- O capital acumulado em regime de juro composto é dado por: $C_n = C_0 \times (1 + i)^n$.
- O juro total em regime composto é dado por: $J = C_0 \times [(1 + i)^n - 1]$ ou $J = C_n - C_0$.

Capitalização em regime de juro composto

Exercício 22

Calcule o montante obtido ao investir 200€ a uma taxa de juro anual de 5% durante 10 anos, em regime de capitalização composta.

Capitalização em regime de juro composto

Exercício 23

Calcule o tempo que um capital de 2000€ esteve depositado em regime de juro composto, a uma taxa anual de 4% e que alcançou um montante de 3202€.

Capitalização em regime de juro composto

Exercício 24

Determine a taxa de juro anual, em regime de juro composto, à qual se devem investir 1000€ para que daqui a 6 anos gere um montante de 1265.32€.

Capitalização em regime de juro composto

Exercício 25

Calcule o capital a investir hoje para que daqui a 3 anos se possa dispor de 15000€, se a entidade onde é depositado o dinheiro oferece uma taxa de juro anual de 6%, em regime de juro composto.

Capitalização em regime de juro composto

Exercício 26

Um investidor pretende abrir uma conta bancária onde deposita 5000€ até à sua reforma, que será daqui a 20 anos. O banco propõe duas opções para investir o seu dinheiro. Numa delas oferecem uma taxa de juro anual de 6%, em regime de juro composto, e outra com uma taxa de juro anual de 10%, em regime de juro simples.

- Determine por qual das contas optar.
- Que taxa de juro anual, em regime de juro simples, faria com que as duas contas fossem indiferentes para o investidor?

Capitalização em regime de juro composto

Exercício 27

Um capital de 50000€ foi depositado em regime de juro composto e alcançou um montante de 150000€. Outro capital depositado, também em regime de juro composto e com a mesma taxa de juro, alcançou o mesmo montante em metade do tempo. Qual é a quantia do capital?

Capitalização em regime de juro composto

- Se a taxa não for constante:

Período	Juro periódico	Capital acumulado
1	$J_1 = C_0 \times i_1$	$C_1 = C_0 + J_1$
2	$J_2 = C_1 \times i_2$	$C_2 = C_1 + J_2$
3	$J_3 = C_2 \times i_3$	$C_3 = C_2 + J_3$
...
n	$J_n = C_{n-1} \times i_n$	$C_n = C_{n-1} + J_n$

- O capital acumulado é dado por: $C_n = C_0 \times (1 + i_1)(1 + i_2) \cdots (1 + i_n)$
- O juro total é: $J = C_n - C_0$.

Capitalização em regime de juro composto

Duração e taxa de juro expressas em unidades de tempo diferentes

- A frequência ou periodicidade da capitalização refere-se à regularidade com que os juros são calculados numa operação financeira.
- Representa o intervalo entre dois períodos consecutivos de vencimento dos juros (por exemplo, capitalização anual, semestral, mensal, etc.).
- Tal como acontecia no regime de juro simples, quando a duração de uma operação financeira e a taxa de juro têm unidades de tempo diferentes, podemos transformar a taxa de juro para a homogeneizar com a duração.

Capitalização em regime de juro composto

Duração e taxa de juro expressas em unidades de tempo diferentes

- Se i é a taxa de juro anual, i_k a periódica, e k é a frequência de capitalização:

k	Denominação	i_k	
2	Semestre	i_2	Taxa de juro semestral
3	Quadrimestre	i_3	Taxa de juro quadrimestral
4	Trimestre	i_4	Taxa de juro trimestral
12	Mês	i_{12}	Taxa de juro mensal
360	Dia comercial	i_{360}	Taxa de juro diária

- A relação entre i e i_k é: $i = (1 + i_k)^k - 1 \Rightarrow i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$
- O capital acumulado com a taxa fracionada, i_k , torna-se: $C_n = C_0 \times (1 + i_k)^{nk}$

Capitalização em regime de juro composto

Frequência ou periodicidade da capitalização

Exercício 30

Calcule as taxas de juro mensal, trimestral e semestral equivalentes a 6% anual, tanto em regime de juro simples como em regime de juro composto.

Capitalização em regime de juro composto

Frequência ou periodicidade da capitalização

Exercício 31

Realize as seguintes operações em regime de juro composto:

- Calcule a taxa de juro trimestral equivalente a 6% semestral.
- Calcule as taxas de juro trimestral e mensal equivalentes a 10% nominal que capitaliza por trimestre.

Tema 2: Regime de Equivalência

Atualização em regime de juro composto

Atualização em regime de juro composto

Abordagem racional

- Uma operação de atualização consiste em reportar capitais a datas anteriores ao seu vencimento.
- O fator de atualização racional composto é:

$$FARC = \frac{1}{(1+i)^n}$$

- O capital atual racional composto:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

- O desconto racional composto:

$$D = C_n - C_0$$

Atualização em regime de juro composto

Exercício 28

Quais os juros produzidos por um capital de 300€, investidos durante 4 anos, a uma taxa de juro anual de 7% em regime de juro composto? Qual a quantia dos juros gerados anualmente?

Atualização em regime de juro composto

Exercício 29

Um indivíduo coloca 10000€ numa conta bancária durante 9 anos, em regime de juro composto. Tendo em conta que as taxas de juro aplicados são: nos 2 primeiros anos a 4%, nos 3 anos seguintes a 3% e nos últimos 4 anos a 3.5%. Calcule:

- Montante obtido no final da operação.
- Os juros obtidos no último ano e os juros totais.
- A taxa de juro constante que permite obter o mesmo montante.

Referências

- Teixeira-Quirós, J., Justino, M. & Encinas, B. (2023). *Fundamentos de Cálculo Económico e Empresarial* (2.ª ed.). ISBN: 978-972-8973-67-4.