

# Cálculo Económico e Empresarial

## Tema 2: Regime de Equivalência

Licenciaturas em Economia, Gestão e Gestão do Desporto

**Luís Clemente-Casinhas**

<https://luisclementecasinhas.org/>

Universidade Autónoma de Lisboa - Departamento de Ciências Económicas e Empresariais

29 de Março, 2025

## Tema 2: Regime de Equivalência

# Capitalização em regime de juro composto

# Capitalização em regime de juro composto

- A capitalização consiste em reportar capitais a datas futuras, ou posteriores, ao seu vencimento.
- O juro gerado em cada período de capitalização (juro periódico,  $j_k$ ) é adicionado ao capital, acumulando-se para o cálculo dos juros nos períodos subsequentes.
- O juro é pago no final de cada período.
- Este regime é geralmente aplicado em operações de longo prazo.

## Capitalização em regime de juro composto

- O capital acumulado é a soma do capital inicial e do juro total gerado até o momento.

Período	Juro periódico	Capital acumulado
1	$J_1 = C_0 \times i$	$C_1 = C_0 + J_1$
2	$J_2 = C_1 \times i$	$C_2 = C_1 + J_2$
3	$J_3 = C_2 \times i$	$C_3 = C_2 + J_3$
...	...	...
$n$	$J_n = C_{n-1} \times i$	$C_n = C_{n-1} + J_n$

- O juro em regime composto é dado por:  $J_n = C_{n-1} \times i = C_0 \times (1 + i)^{n-1} \times i$ .
- O capital acumulado é dado por:  $C_n = C_0 \times (1 + i)^n$ , sendo que  $C_n > C_0$ .

# Capitalização em regime de juro composto

## Sumário

- O fator de capitalização em regime de juro composto é dado por:  $FCRC = (1 + i)^n$ .
- O capital acumulado em regime de juro composto é dado por:  $C_n = C_0 \times (1 + i)^n$ .
- O juro total em regime composto é dado por:  $J = C_0 \times [(1 + i)^n - 1]$  ou  $J = C_n - C_0$ .

# Capitalização em regime de juro composto

## Exercício 22

Calcule o montante obtido ao investir 200€ a uma taxa de juro anual de 5% durante 10 anos, em regime de capitalização composta.

# Capitalização em regime de juro composto

## Exercício 23

Calcule o tempo que um capital de 2000€ esteve depositado em regime de juro composto, a uma taxa anual de 4% e que alcançou um montante de 3202€.

# Capitalização em regime de juro composto

## Exercício 24

Determine a taxa de juro anual, em regime de juro composto, à qual se devem investir 1000€ para que daqui a 6 anos gere um montante de 1265.32€.



# Capitalização em regime de juro composto

## Exercício 25

Calcule o capital a investir hoje para que daqui a 3 anos se possa dispor de 15000€, se a entidade onde é depositado o dinheiro oferece uma taxa de juro anual de 6%, em regime de juro composto.

# Capitalização em regime de juro composto

## Exercício 26

Um investidor pretende abrir uma conta bancária onde deposita 5000€ até à sua reforma, que será daqui a 20 anos. O banco propõe duas opções para investir o seu dinheiro. Numa delas oferecem uma taxa de juro anual de 6%, em regime de juro composto, e outra com uma taxa de juro anual de 10%, em regime de juro simples.

- Determine por qual das contas optar.
- Que taxa de juro anual, em regime de juro simples, faria com que as duas contas fossem indiferentes para o investidor?

# Capitalização em regime de juro composto

## Exercício 27

Um capital de 50000€ foi depositado em regime de juro composto e alcançou um montante de 150000€. Outro capital depositado, também em regime de juro composto e com a mesma taxa de juro, alcançou o mesmo montante em metade do tempo. Qual é a quantia do capital?

## Capitalização em regime de juro composto

- Se a taxa não for constante:

Período	Juro periódico	Capital acumulado
1	$J_1 = C_0 \times i_1$	$C_1 = C_0 + J_1$
2	$J_2 = C_1 \times i_2$	$C_2 = C_1 + J_2$
3	$J_3 = C_2 \times i_3$	$C_3 = C_2 + J_3$
...	...	...
$n$	$J_n = C_{n-1} \times i_n$	$C_n = C_{n-1} + J_n$

- O capital acumulado é dado por:  $C_n = C_0 \times (1 + i_1)(1 + i_2) \cdots (1 + i_n)$
- O juro total é:  $J = C_n - C_0$ .

# Capitalização em regime de juro composto

Duração e taxa de juro expressas em unidades de tempo diferentes

- A frequência ou periodicidade da capitalização refere-se à regularidade com que os juros são calculados numa operação financeira.
- Representa o intervalo entre dois períodos consecutivos de vencimento dos juros (por exemplo, capitalização anual, semestral, mensal, etc.).
- Tal como acontecia no regime de juro simples, quando a duração de uma operação financeira e a taxa de juro têm unidades de tempo diferentes, podemos transformar a taxa de juro para a homogeneizar com a duração.

# Capitalização em regime de juro composto

Duração e taxa de juro expressas em unidades de tempo diferentes

- Se  $i$  é a taxa de juro anual,  $i_k$  a periódica, e  $k$  é a frequência de capitalização:

$k$	Denominação	$i_k$	
2	Semestre	$i_2$	Taxa de juro semestral
3	Quadrimestre	$i_3$	Taxa de juro quadrimestral
4	Trimestre	$i_4$	Taxa de juro trimestral
12	Mês	$i_{12}$	Taxa de juro mensal
360	Dia comercial	$i_{360}$	Taxa de juro diária

- A relação entre  $i$  e  $i_k$  é:  $i = (1 + i_k)^k - 1 \Rightarrow i_k = (1 + i)^{1/k} - 1$
- O capital acumulado com a taxa fracionada,  $i_k$ , torna-se:  $C_n = C_0 \times (1 + i_k)^{nk}$

# Capitalização em regime de juro composto

Frequência ou periodicidade da capitalização

## Exercício 30

Calcule as taxas de juro mensal, trimestral e semestral equivalentes a 6% anual, tanto em regime de juro simples como em regime de juro composto.

# Capitalização em regime de juro composto

Frequência ou periodicidade da capitalização

## Exercício 31

Realize as seguintes operações em regime de juro composto:

- Calcule a taxa de juro trimestral equivalente a 6% semestral.
- Calcule as taxas de juro trimestral e mensal equivalentes a 10% nominal que capitaliza por trimestre.



## Tema 2: Regime de Equivalência

# Atualização em regime de juro composto

# Atualização em regime de juro composto

## Abordagem racional

- Uma operação de atualização consiste em reportar capitais a datas anteriores ao seu vencimento.
- O fator de atualização racional composto é:

$$FARC = \frac{1}{(1+i)^n}$$

- O capital atual racional composto:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

- O desconto racional composto:

$$D = C_n - C_0$$

# Atualização em regime de juro composto

## Exercício 28

Quais os juros produzidos por um capital de 300€, investidos durante 4 anos, a uma taxa de juro anual de 7% em regime de juro composto? Qual a quantia dos juros gerados anualmente?

# Atualização em regime de juro composto

## Exercício 29

Um indivíduo coloca 10000€ numa conta bancária durante 9 anos, em regime de juro composto. Tendo em conta que as taxas de juro aplicados são: nos 2 primeiros anos a 4%, nos 3 anos seguintes a 3% e nos últimos 4 anos a 3.5%. Calcule:

- Montante obtido no final da operação.
- Os juros obtidos no último ano e os juros totais.
- A taxa de juro constante que permite obter o mesmo montante.

# Referências

- Teixeira-Quirós, J., Justino, M. & Encinas, B. (2023). *Fundamentos de Cálculo Económico e Empresarial* (2.ª ed.). ISBN: 978-972-8973-67-4.