

# Cálculo Económico e Empresarial

## Tema 2: Regime de Equivalência

Licenciaturas em Economia, Gestão e Gestão do Desporto

**Luís Clemente-Casinhas**

<https://luisclementecasinhas.org/>

Universidade Autónoma de Lisboa - Departamento de Ciências Económicas e Empresariais

5 de Abril, 2025

## Tema 2: Regime de Equivalência

# Equivalência de capitais

# Equivalência de capitais

## Regra de ouro do cálculo financeiro

- A regra de ouro do cálculo financeiro estabelece que, dado o valor temporal do dinheiro, para comparar capitais é necessário reportá-los a um mesmo momento.
  - A introdução dos fatores tempo e juro implica que se introduza o conceito de homogeneização de capitais.
  - Na resolução de qualquer problema que envolva capitais reportados a momentos diferentes é essencial exprimi-los primeiramente numa mesma unidade.
- A equação de equivalência (equação de valor) traduz a equivalência, num determinado momento (data focal), de dois capitais, de um capital e um conjunto de capitais ou de um conjunto de capitais.
- A data focal corresponde ao momento considerado para estabelecer a equação de equivalência, i.e. no qual se pretende exprimir todos os capitais envolvidos.

# Equivalência de capitais

- Dependendo da data focal, a equação de equivalência pode ser:
  - Atualizar todos os capitais;
  - Capitalizar todos os capitais;
  - Atualizar alguns e capitalizar outros.
- Dependendo do número de capitais:
  - Equivalência de dois capitais;
  - Equivalência de um capital e de um conjunto de capitais;
  - Equivalência de dois conjuntos de capitais.
- Dependendo do regime de juro:
  - Regime de juro simples: capitalizar ou atualizar (solução comercial ou racional);
  - Regime de juro composto: capitalizar ou atualizar (solução racional).

# Equivalência de capitais

- Em regime de juro simples:
  - A equivalência de capitais é afetada pelo tempo que falta para o vencimento dos capitais.
  - É comum que a equação de valor seja estabelecida no momento zero (data focal conhecida).
  - Dois capitais podem ser equivalentes em uma data e não equivalentes em outra.
- Em regime de juro composto:
  - A equivalência de capitais não é afetada pelo tempo que falta para o vencimento ou pelo tempo decorrido desde o vencimento;
  - A equação do valor pode ser estabelecida tomando qualquer momento como data de referência.

# Equivalência de capitais

Regime de Juro Simples			Regime de Juro Composto		
Capitalização	Atualização		Capitalização	Atualização	
	Solução Comercial	Solução Racional		Solução Comercial	Solução Racional
$FCS = (1 + ni)$	$FACS = (1 - ni)$	$FARS = \frac{1}{1+ni}$	$FCC = (1 + i)^n$	$FACC = (1 - i)^n$	$FARC = (1 + i)^{-n}$

# Equivalência de capitais

- Para resolver uma equação de equivalência, é preciso responder a três questões essenciais:
- O quê?: Quais os capitais envolvidos de um lado e do outro que devem ser equiparados?
- Quando?: Qual é a data focal para a operação de equivalência, ou seja, o momento escolhido para a comparação?
- Como?: De que forma a equivalência será estabelecida? Usaremos o regime de juro simples ou composto? Em caso de atualização, será adotada a solução racional ou comercial?

# Equivalência de capitais

## Exercício 18

Dado um capital de 10000€ que se vence hoje e outro capital de 12500€ que se vence daqui a 3 anos, verifique se são equivalentes no momento  $t = 5$  e no momento  $t = 6$ . A taxa de juro anual desta operação é de 10% em regime de juro simples.



# Equivalência de capitais

## Exercício 19

Temos uma dívida de 1000€ que deve ser paga hoje. Acordou-se com o credor substituir a dívida por três pagamentos: o primeiro de 250€ com vencimento hoje; o segundo de 500€ com vencimento daqui a 1 ano; e o terceiro de quantia  $C_2$  com vencimento daqui a 2 anos. Se nesta operação for aplicada uma taxa de juro anual de 8% em regime de juro simples, determine a quantia do último pagamento, supondo que:

- O momento de equivalência é estabelecido em  $t = 2$ .
- O momento de equivalência é estabelecido em  $t = 3$ .

# Equivalência de capitais

## Exercício 20

Dado um capital de 10000€ que vence em  $t = 2$ , calcule o seu capital equivalente no momento  $t = 4$  de duas formas:

- Capitalizando diretamente os 10000€ até ao momento  $t = 4$ .
- Atualizando os 10000€ ao momento  $t = 0$  e posteriormente capitalizando a quantia obtida até ao momento  $t = 4$ .

A taxa de juro utilizada é de 10% anual em regime de juro simples.

# Equivalência de capitais

## Exercício 21

Um empresário tem três dívidas ao mesmo fornecedor de 2000, 4000 e 5000 euros com vencimentos a 6, 8 e 10 meses, respetivamente. O empresário propõe ao seu fornecedor substituir as três dívidas por uma só. Se a operação se realiza com uma taxa de juro anual de 8%, em regime de juro simples, e a equivalência financeira for no momento  $t = 0$ , calcule:

- A quantia do capital que o empresário terá de pagar daqui a 9 meses.
- Vencimento do capital de 11200€ que substitui os três anteriores (vencimento comum).

# Equivalência de capitais

## Exercício 35

Verifique se 10000€ hoje e 13310€ que vencem daqui a 3 anos são equivalentes daqui a 5 anos? E daqui a 6 anos? A operação realiza-se com uma taxa de juro anual de 10% em RJC.

# Equivalência de capitais

## Exercício 36

Temos uma dívida de 1000€ que deve ser paga hoje. Acordou-se com o credor substituir a dívida por três pagamentos: o primeiro de 250€ com vencimento hoje, o segundo de 500€ com vencimento daqui a 1 ano e o terceiro de quantia  $C$  com vencimento daqui a 2 anos. Se nesta operação for aplicada uma taxa de juro anual de 8% em regime de juro composto, determine a quantia do último pagamento, supondo que:

- O momento de equivalência é estabelecido em  $t = 2$ .
- O momento de equivalência é estabelecido em  $t = 3$ .

# Equivalência de capitais

## Exercício 37

Dado um capital de 10000€ que se vence daqui a 2 anos, calcule o seu capital equivalente no final do quarto ano da seguinte forma:

- Capitalizando diretamente ao momento  $t = 4$ .
- Atualizando primeiro até ao momento  $t = 0$  e posteriormente capitalizando até ao momento  $t = 4$ .

A taxa de juro é de 10% anual em regime de juro composto.

# Equivalência de capitais

## Exercício 38

Um empresário tem três dívidas com os mesmos fornecedores de 5000, 9000 e 10000 euros, com vencimentos daqui a 2, 4 e 5 anos, respetivamente. O empresário propõe ao seu fornecedor substituir os três pagamentos por um só. Se a operação se realizar com uma taxa de juro anual de 10%, em regime de juro composto, calcule:

- Quanto terá o empresário que pagar se os três pagamentos se substituem por um só que vence daqui a 3 anos.
- Quando deverá ocorrer o pagamento se o empresário e o fornecedor acordam substituir os três pagamentos por um só de 21000€.

A taxa de juro é de 10% anual em regime de juro composto.

# Equivalência de capitais

## Exercício 39

Dois indivíduos decidem investir 18000€ cada um, durante 3 anos. O primeiro investe o seu dinheiro a uma taxa de juro anual de 7% em regime juro simples e o segundo indivíduo a uma taxa de juro anual de 7% em regime de juro composto. Calcule:

- Os juros anuais.
- Os juros totais.
- O montante que recebem daqui a 3 anos.
- Que taxa de juro anual simples teria que investir o primeiro indivíduo para obter os mesmos juros totais que o segundo indivíduo.



# Equivalência de capitais

## Exercício 40

Dois capitais foram depositados durante 15 anos da seguinte forma: o primeiro a uma taxa de juro de 8% em regime de juro composto e o segundo a uma taxa de juro de 8% em regime de juro simples. Sabendo que os juros gerados por ambos os capitais são os mesmos e que o segundo é superior ao primeiro em 40500€, determine as quantias.

# Equivalência de capitais

## Exercício 46

Determinada empresa desconta as seguintes letras numa entidade bancária:

$$C_{n1} = 5000, n_1 = 30;$$

$$C_{n2} = 15000, n_2 = 60;$$

$$C_{n3} = 10000, n_3 = 90.$$

O banco aceita descontar as letras com as seguintes taxas de desconto: para letras com vencimento até 45 dias, aplicar a taxa anual de 12%; para letras com vencimento entre 46 a 75 dias, aplicar a taxa anual de 13%; e para as letras com vencimento superior a 75 dias, aplicar uma taxa anual de 14%. Além disso o banco fixa uma comissão de 0.5% sobre o valor nominal de cada letra com o mínimo de 40€ por cada letra. Calcule a quantia que a empresa recebe ao descontar as letras.

# Equivalência de capitais

## Exercício 47

Um comerciante tem em seu poder duas letras, o valor nominal da primeira é de 3000€ e vence daqui a 6 meses e o valor nominal da segunda é de 4000€ e vence daqui a 9 meses. O devedor das letras propõe ao comerciante trocá-las por uma só letra que vence daqui a 3 meses. Se a operação se realiza com uma taxa de desconto de 6%, determine a quantia da nova letra com os seguintes pressupostos:

- A equivalência financeira dá-se daqui a 3 meses.
- A equivalência financeira dá-se hoje.

# Equivalência de capitais

## Exercício 48

Uma letra de 20000€ que se vence daqui a 2 anos vai ser substituída por 4 letras que vencem daqui a 6, 12, 18 e 24 meses de tal forma que, a segunda letra é o dobro da primeira, a terceira é o triplo e a quarta letra é quatro vezes a primeira. Calcule o valor nominal das quatro letras, se a taxa de desconto aplicada na operação for de 10% anual.

# Equivalência de capitais

## Exercício 49

Um fabricante propõe a um cliente que compre uma máquina cujo preço, a pronto pagamento, é de 110250€, mediante o pagamento de 4 letras do mesmo valor e cujos vencimentos são daqui a 3, 6, 9 e 12 meses a partir do momento da compra. Para esta operação, aplica-se o desconto comercial simples e uma taxa de desconto anual de 13%. Calcule o valor das letras.

## Tema 2: Regime de Equivalência

# Taxas de juro

# Taxas de juro

- Refere-se ao valor de juro gerado por um investimento de uma unidade monetária durante um determinado período (geralmente 1 ano);
- É o custo pago pelos agentes que necessitam de financiamento para garantir acesso aos fundos;
- Também representa a rendibilidade que o mutuário obtém ao adiar o uso desses fundos no seu consumo;
- Nos mercados financeiros, as taxas de juro são apresentadas anualmente e são nominais;
- São um dos principais instrumentos da política monetária para influenciar variáveis macroeconómicas, como o nível de preços, o desemprego e o investimento.

# Taxas de juro

## Taxa de juro proporcional

- Taxa de Juro Proporcional: duas taxas são proporcionais se o quociente entre elas for igual ao quociente dos períodos de tempo a que se referem.

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

- Exemplo: uma taxa anual de 20% e uma taxa semestral de 10% são proporcionais, pois:

$$\frac{0.20}{0.10} = \frac{2}{1}$$



# Taxas de juro

## Taxa equivalentes

- Taxa de Juro Equivalente: duas taxas são equivalentes quando fazem com que o mesmo capital gere o mesmo montante ao final do mesmo período, considerando a capitalização.

$$(1 + i_1)^{t_1} = (1 + i_2)^{t_2}$$

- Exemplo: uma taxa anual de 21% e uma taxa semestral de 10% são equivalentes, pois:

$$(1 + 0.10)^2 = 1.1^2 = 1.21 \Rightarrow i = 21\%$$

# Taxas de juro

## Taxa nominal

- Taxa Nominal (TAN),  $i_{(K)}$ : indica a taxa de juro contratual, expressa numa base anual, sem considerar o efeito da capitalização intra-anual.
- É apenas uma taxa de referência pelo que nunca deverá ser aplicada diretamente a qualquer capital.
- A taxa nominal anual é obtida através de uma relação de proporcionalidade (soma das taxas periódicas  $i_K$  em cada um dos  $K$  períodos do ano), ou seja:

$$i_{(K)} = i_K \times K$$

- Exemplo: uma TAN de 12% ao ano, com capitalização mensal, significa que a taxa mensal nominal é de 1%.

# Taxas de juro

## Taxa efetiva

- Taxa Efetiva (TAE),  $i$ : reflete o impacto das capitalizações sucessivas ao longo do tempo, representando o custo real do capital, logo a que deve ser aplicada a capitais.
- É obtida através de uma relação de equivalência:

$$C_n = C_0(1 + i) = C_0 (1 + i_K)^K = C_0 \left(1 + \frac{i_{(K)}}{K}\right)^K \implies (1 + i) = (1 + i_K)^K = \left(1 + \frac{i_{(K)}}{K}\right)^K$$

- Exemplo: se a TAN for 12% ao ano com capitalização mensal, a TAE será:

$$i = \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} - 1 \approx 12.68\%$$

# Taxas de juro

## Resumo das Taxas de Juro

Tipo de Taxa	Definição	Fórmula
Taxa Nominal (TAN)	Taxa contratual sem capitalização intra-anual	$i_{(K)} = K \cdot i_K$
Taxa Efetiva (TAE)	Taxa que reflete a capitalização dos juros	$i = (1 + i_K)^K - 1$
Taxa Proporcional	Razão entre taxas igual à razão entre períodos	$i_1/i_2 = t_1/t_2$
Taxa Equivalente	Gera o mesmo montante final para um capital inicial	$(1 + i_1)^{t_1} = (1 + i_2)^{t_2}$

# Taxas de juro

## Exercício 32

Determinado indivíduo decide colocar 5000€ numa conta bancária durante 3 anos. As ofertas que recebeu são as seguintes:

Banco A: 6% nominal capitalizado por anos.

Banco B: 6% nominal capitalizado por semestres.

Banco C: 6% nominal capitalizado trimestralmente.

Banco D: 6% nominal capitalizado mensalmente.

Determine o montante utilizando a taxa de juro efetiva periódica.

# Taxas de juro

## Exercício 33

Considerando uma taxa de juro anual efetiva de 5%, calcule as suas seguintes taxas nominais equivalentes:  $i_{(1)}$ ,  $i_{(2)}$ ,  $i_{(4)}$ ,  $i_{(12)}$  e  $i_{(360)}$ .

# Taxas de juro

## Exercício 34

Um indivíduo precisa de um empréstimo de 20000€ e consulta várias entidades bancárias que lhe fazem as seguintes ofertas:

Banco A: 5% nominal capitalizável por semestres.

Banco B: 4.8% nominal capitalizável por meses.

Banco C: 5.4% anual.

Banco D: 1.25% trimestral.

Determine a melhor oferta.

# Referências

- Teixeira-Quirós, J., Justino, M. & Encinas, B. (2023). *Fundamentos de Cálculo Económico e Empresarial* (2.ª ed.). ISBN: 978-972-8973-67-4.